

Datum: 24 maart 13.30-15.30

Aantal opgaven: 4

Beantwoordingsinstructie: licht Uw antwoorden duidelijk toe.

Normering: elke som 2.5.

1. De kromme C wordt gegeven door $x = \sin(t)$, $y = t \cos(t)$, waarbij t van 0 tot 2π loopt. Schets de kromme C en bereken de oppervlakte van het gebied D dat begrensd wordt door C en het lijnstuk $\{(0, y) : 0 \leq y \leq 2\pi\}$.

2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door

$$\mathbf{F} = y \sin z \mathbf{i} + x \sin z \mathbf{j} + xy \cos z \mathbf{k}.$$

De kromme C wordt gegeven door $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$, waarbij t van 0 tot 1 loopt. Bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_C y \sin z dx + x \sin z dy + xy \cos z dz.$$

3. In de x, y, z ruimte wordt de “halve” torus T gegeven door $(r-2)^2 + z^2 \leq 1$, waarbij $x^2 + y^2 = r^2 \geq 4$. De rand van T bestaat uit de oppervlakken S_1 en S_2 . Geef een parametrisatie van S_1 en S_2 en bereken de inhoud van T .

4. Het oppervlak S wordt gegeven door $z = x^2 + y^2$ en $z \leq 1$. De orientatie van S wordt vastgelegd door in het punt $(0, 0, 0)$ de normaal gelijk te kiezen aan de derde basisvector $\mathbf{k}$. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door

$$\mathbf{F} = x \sin z \mathbf{i} + y \sin z \mathbf{j} + 2 \cos z \mathbf{k}.$$

Bereken

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int_S x \sin z dydz + y \sin z dzdx + 2 \cos z dxdy.$$