

De Pontryagin-Thom-constructie

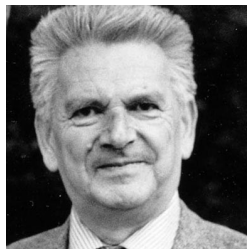
Orin Habich

Begeleider: dr. Thomas Rot

De Pontryagin-Thom-constructie



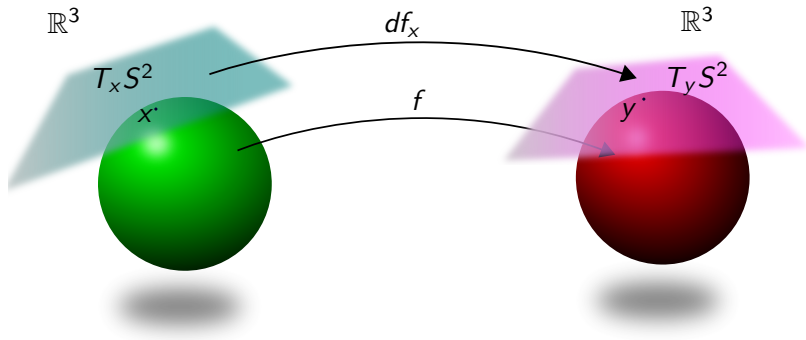
Lev Pontryagin



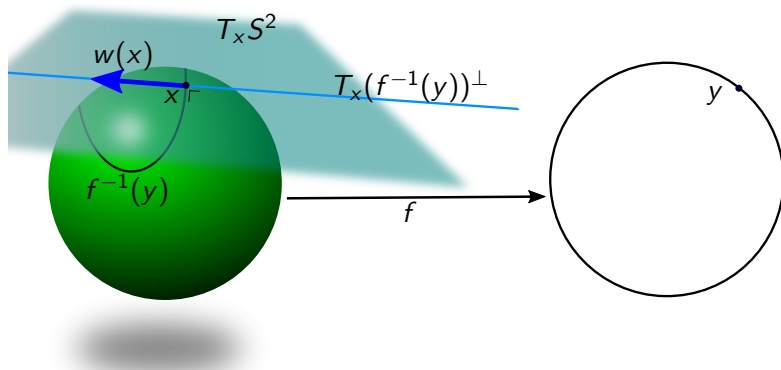
René Thom

- Afbeeldingen tussen variëteiten
- Inkaderingen, Pontryagin-variëteiten, cobordismes
- Stelling
- Generalisaties

Afbeeldingen tussen variëteiten

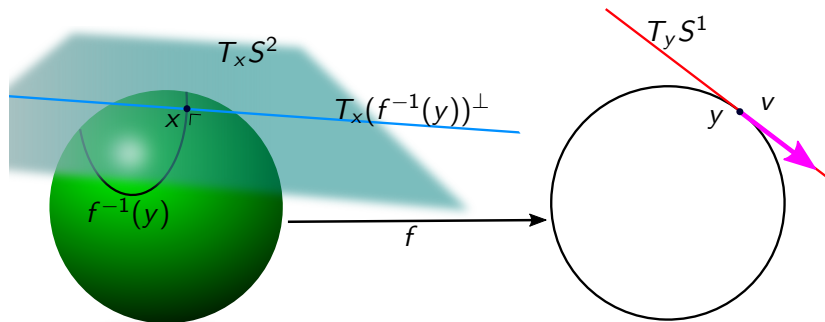


Ingekaderde deelvariëteiten



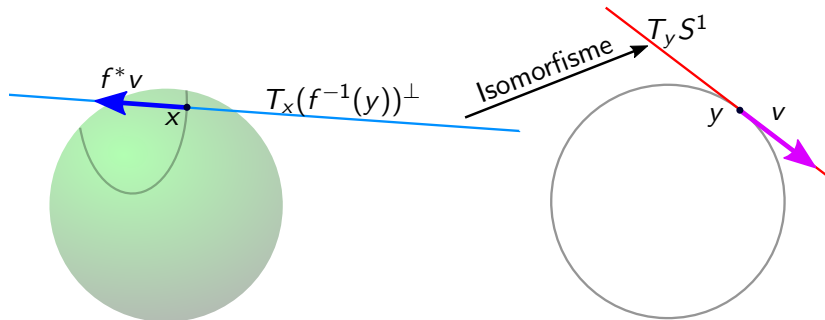
- Stelling: $f^{-1}(y)$ is een deelvariëteit van S^2
- De inkadering van $f^{-1}(y)$ is een functie $w(x)$ die een basis geeft voor $T_x(f^{-1}(y))^{\perp}$

Pontryagin-variëteiten



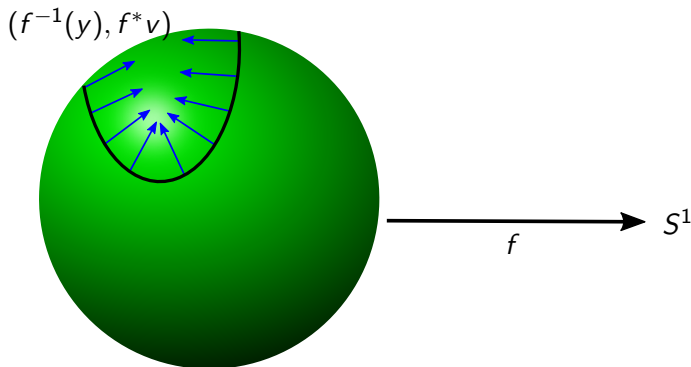
- Kies een basis v voor $T_y S^1$
- $df_x|_{T_x(f^{-1}(y))^\perp}$ is een isomorfisme naar $T_y S^1$

Pontryagin-variëteiten



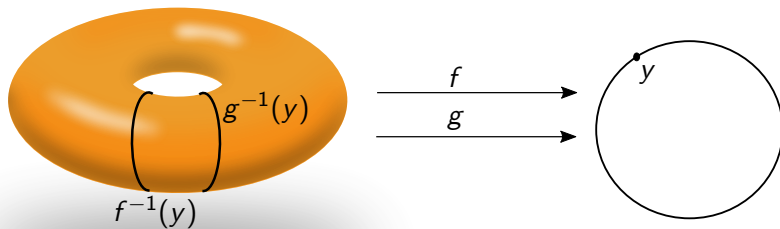
- Er bestaan unieke vectoren in $T_x(f^{-1}(y))^{\perp}$ die op de basis v afbeelden
- Dit geeft een inkadering op $f^{-1}(y)$, notatie f^*v

Pontryagin-variëteiten

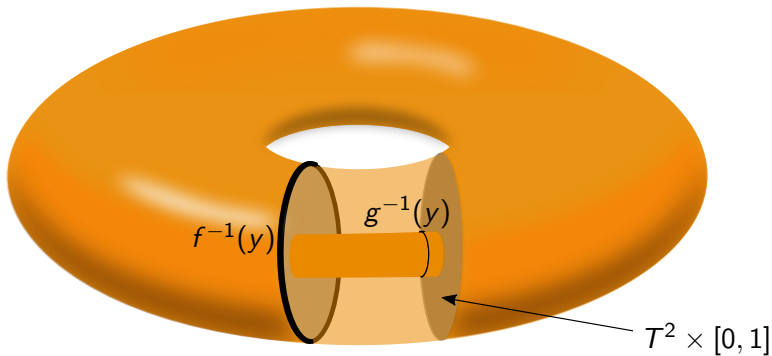


$(f^{-1}(y), f^*v)$ is een Pontryagin-variëteit

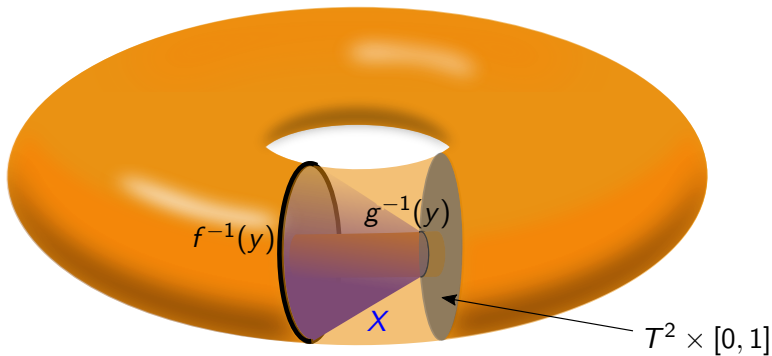
Cobordismes



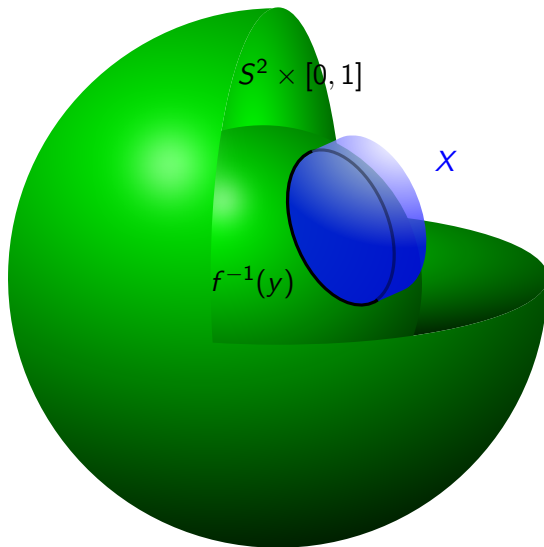
Cobordismes



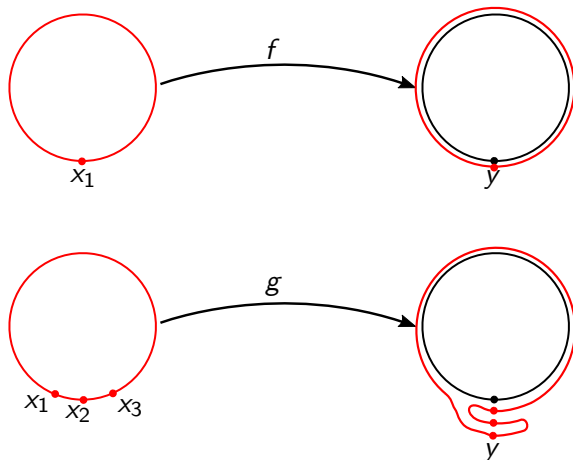
Cobordismes



Cobordismes

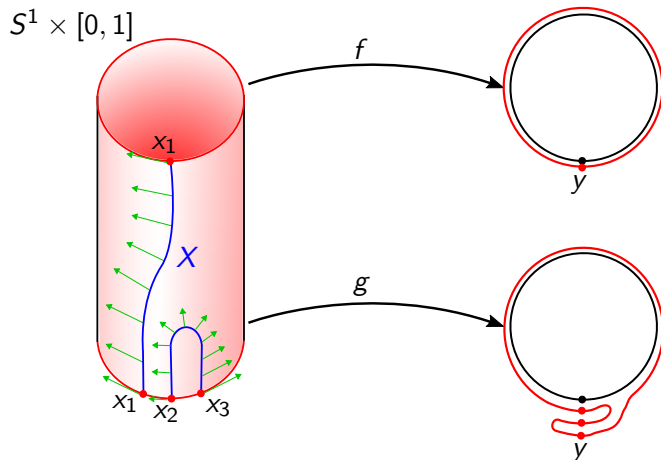


Ingekaderde cobordismes



$$f^{-1}(y) = \{x_1\} \text{ en } g^{-1}(y) = \{x_1, x_2, x_3\}$$

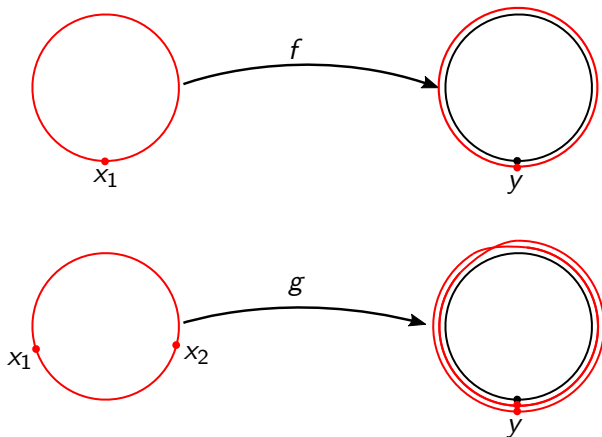
Ingekaderde cobordismes



$$f^{-1}(y) = \{x_1\} \text{ en } g^{-1}(y) = \{x_1, x_2, x_3\}$$

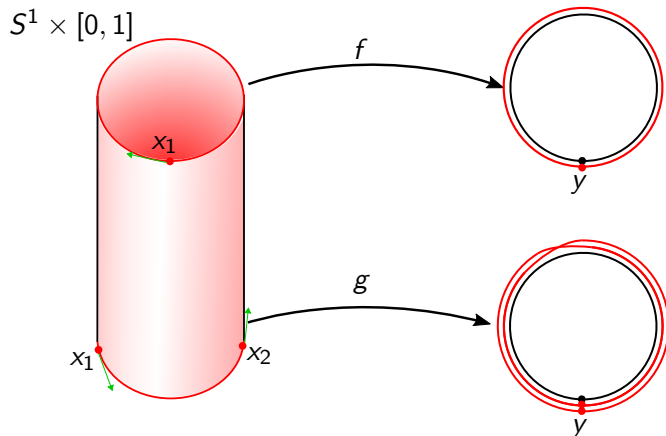
Ingekaderde cobordismes

Ingekaderde cobordismes



$$f^{-1}(y) = \{x_1\} \text{ en } g^{-1}(y) = \{x_1, x_2\}$$

Ingekaderde cobordismes



$$f^{-1}(y) = \{x_1\} \text{ en } g^{-1}(y) = \{x_1, x_2\}$$

Voor $f, g : M \rightarrow S^p$ geldt

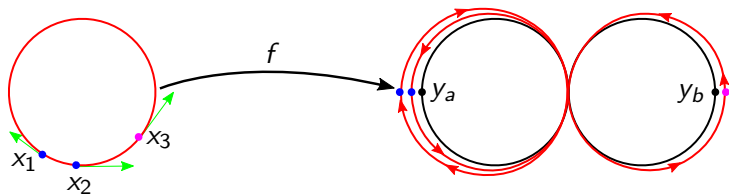
Stelling

f, g homotoop

$\iff$

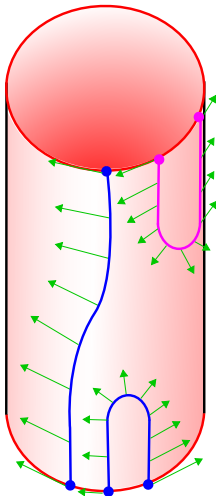
$(f^{-1}(y), f^*v), (g^{-1}(y), g^*v)$ ingekaderd cobordant

Generalisatie naar $M \rightarrow S^p \vee S^n$?



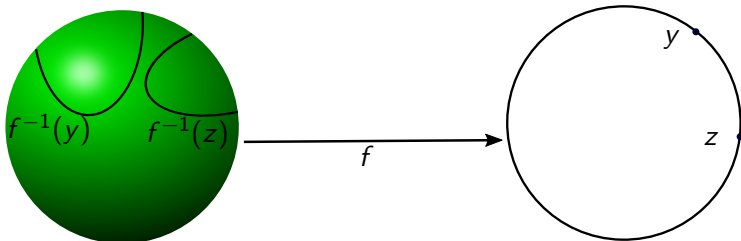
$$f^{-1}(\{y_a, y_b\}) = \{x_1, x_2, x_3\}$$

Generalisatie naar $M \rightarrow S^p \vee S^n$?



Vragen

En dan nog iets



- Ingekaderd cobordant is een equivalentierelatie
- $f^{-1}(y)$ en $f^{-1}(z)$ zijn ingekaderd cobordant met elkaar
- Iedere deelvariëteit is een Pontryagin-variëteit